



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»**



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротаев

« 06 » « 06 » 2017г.

**Рабочая программа дисциплины
«Функциональный анализ»**

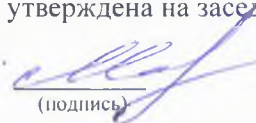
Направление подготовки	01.06.01 Математика и механика
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Функционально-дифференциальные уравнения
Научная специальность	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Выпускающая(ие) кафедра(ы)	Вычислительная математика и механика (ВМиМ) Высшая математика (ВМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2,3	Семестр (ы): 4,5
Трудоёмкость:	
Кредитов по рабочему учебному плану:	4 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	144 ч
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен: -	Зачёт: 4, 5

Пермь 2017 г.

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

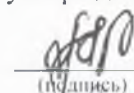
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМиМ
Протокол от «1» июня 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМиМ



(подпись)

Н.А. Труфанов

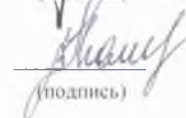
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМ
Протокол от «26» мая 2017г. № 11.
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Разработчик к.ф.-м.н., доц.
программы



(подпись)

В.В.Малыгина

Руководитель к.ф.-м.н., доц.
программы



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник УПКВК



(подпись)

Л.А. Свисткова

1. Общие положения

1.1 Цель учебной дисциплины – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области исследования динамических систем с помощью аппарата функционального анализа.

В процессе изучения данной дисциплины аспирант формирует следующие **компетенции**:

- способностью выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру (ПК-2);
- способностью классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования (ПК-3);
- готовность использовать современный математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4).

1.2 Задачи учебной дисциплины:

• *формирование знаний*

- изучение основных направлений развития теории динамических систем, приводящих к операторным уравнениям, являющимся одним из основных объектов современного функционального анализа;

• *формирование умений*

- формирование умения проводить количественные и качественные исследования свойств решений операторных уравнений, к которым сводятся функционально-дифференциальные уравнения;

• *формирование навыков*

- формирование навыков применения аналитического аппарата функционального анализа для решения и качественного исследования функционально-дифференциальных уравнений.

1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

- абстрактные векторные и функциональные пространства;
- операторы и операторные уравнения.

1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б.В1.02 «Функциональный анализ» является обязательной дисциплиной вариативной части цикла базового учебного плана.

Дисциплина используется при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и выполнении научно-квалификационной работы (диссертации).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины аспирант должен освоить части указанных в пункте 1.1 компетенций и продемонстрировать следующие результаты:

Знать:

- основные принципы формализации динамических процессов;
- постановки основных задач теории динамических систем, моделируемых посредством операторных уравнений;

- основные идеи и результаты функционального анализа как аппарат исследования функционально-дифференциальных уравнений.

Уметь:

- выделять формальную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как абстрактную математическую структуру;
- правильно классифицировать задачи для операторных уравнений по свойствам и методам исследования;
- разрабатывать возможности применения теории операторных уравнений для исследования динамических систем.

Владеть:

- методами математического моделирования динамических систем;
- основными аналитическими методами решения и исследования операторных уравнений в абстрактных пространствах;
- техникой перехода от абстрактных функционально-аналитических структур к конкретным математическим моделям.

2.1 Дисциплинарная карта компетенции ПК-2

Код ПК-2	Формулировка компетенции способность выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру
--------------------	--

Код ПК-2 Б.В1.02	Формулировка дисциплинарной части компетенции способность выделять формально-абстрактную составляющую в динамических процессах и моделировать ее как систему операторное уравнение в функциональном пространстве
-------------------------------	--

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: основные принципы формализации динамических процессов	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
Уметь: выделять формальную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как абстрактную математическую структуру	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: методами математического моделирования динамических систем	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

2.3 Дисциплинарная карта компетенции ПК-3

Код ПК-3	Формулировка компетенции способность классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования
--------------------	---

Код ПК-3 Б.В1.02	Формулировка дисциплинарной части компетенции способность классифицировать задачи для операторных уравнений по свойствам и методам исследования
-------------------------------	---

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: постановки основных задач теории динамических систем, моделируемых посредством операторных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
Уметь: правильно классифицировать задачи для операторных уравнений по свойствам и методам исследования	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: основными аналитическими методами решения и исследования операторных уравнений в абстрактных пространствах	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

2.4 Дисциплинарная карта компетенции ПК-4

Код ПК-4	Формулировка компетенции готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных динамических систем
--------------------	---

Код ПК-4 Б.В1.02	Формулировка дисциплинарной части компетенции готовность использовать аналитический аппарат функционального анализа для решения количественных и качественных задач при исследовании динамических систем
-------------------------------	--

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знать: основные идеи и результаты функционального анализа как аппарат исследования функционально-дифференциальных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
Уметь: разрабатывать возможности применения теории операторных уравнений для исследования динамических систем	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
Владеть: техникой перехода от абстрактных функционально-аналитических структур к конкретным математическим моделям	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы
 Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 ЗЕ (1 ЗЕ = 36 час.).

Таблица 1

Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоёмкость, ч	
		4 семестр	5 семестр
1	Аудиторная работа	12	
	В том числе:		
	Лекции (Л)	5	-
	Практические занятия (ПЗ)	-	5
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	1	1
2	Самостоятельная работа (СР)	66	66
	Форма итогового контроля:	Зачет	Зачет

4. Содержание учебной дисциплины

4.1 Модульный тематический план

Таблица 2

Тематический план по модулям учебной дисциплины (4,5 семестр)

Номер раздела дисциплины	Номер темы дисциплины	Количество часов и виды занятий				Самостоятельная работа	Трудоёмкость, ч / ЗЕ
		аудиторная работа					
		всего	Л	ПЗ	КСР		
1	1	1	1			10	11
	2	1	1			12	13
Всего по разделу:		2	2	0		22	24
2	3	1	1			10	11
	4	1	1			12	13
Всего по разделу:		2	2	0		22	24
3	5					10	10
	6	1	1		1	12	14
Всего по разделу:		1	1	0	1	22	24
4	7	1		1		8	9
	8					6	6
	9	1		1		8	9
	10					6	6
Всего по разделу:		2	0	2		28	30
5	11	1		1		8	9
	12					6	6
Всего по разделу:		1	0	1		14	15
6	13	1		1		8	9
	14	1		1		8	9
	15				1	8	9
Всего по разделу:		2	0	2	1	24	27
Итого:		10	5	5	2	132	144/4

4.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

Раздел 1. Элементы теории функции вещественной переменной (Л –2, ПЗ–0, СР –22)

Тема 1. Мера Лебега. Измеримые множества в конечномерных пространствах. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 2. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильтеса. Абсолютно непрерывные функции.

Раздел 2. Метрические, нормированные и гильбертовы пространства (Л –2, ПЗ–0, СР –22)

Тема 3. Метрические и нормированные пространства. Полнота, сепарабельность, компактность. Принцип сжимающих отображений.

Тема 4. Гильбертовы пространства. Ортогональность. Теорема о разложении в прямую сумму ортогональных подпространств. Изоморфизм бесконечномерных гильбертовых пространств.

Раздел 3. Линейные операторы (Л –2, ПЗ–0, СР –22)

Тема 5. Пространство линейных ограниченных операторов. Непрерывность и ограниченность. Сильная и слабая сходимости. Теорема Банаха–Штейнхауса.

Тема 6. Пространство линейных ограниченных функционалов. Общий вид функционалов в гильбертовых и конечномерных пространствах. Теорема Банаха–Хана.

4.2.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины (5 семестр)

Раздел 4. Линейные операторы (продолжение) (Л –0, ПЗ–2, СР –28)

Тема 7. Обратные операторы. Теорема Неймана. Теорема Банаха об обратном операторе. Спектр и резольвента.

Тема 8. Компактные операторы. Сопряженные операторы. Теоремы Фредгольма.

Тема 9. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта–Шмидта.

Тема 10. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.

Раздел 5. Пространства обобщенных функций (Л –0, ПЗ–1, СР –14)

Тема 11. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

Тема 12. Пространства Соболева W_p . Теоремы вложения.

Раздел 6. Топологические пространства и нелинейные уравнения (Л –0, ПЗ–2, СР –24)

Тема 13. Топологические пространства. Окрестности. Базы. Отделимость. Открытые и замкнутые множества в топологических пространствах.

Тема 14. Операторы в топологических пространствах. Непрерывность. Компактность. Теорема Кантора.

Тема 15. Теорема Шаудера. Решение нелинейных операторных уравнений.

4.3. Перечень тем лабораторных работ

При изучении данной дисциплины лабораторные работы не предусмотрены.

4.4. Перечень тем практических занятий

Таблица 3

Темы практических занятий (из пункта 4.2.2)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
--------	-----------------------	---	----------------------------------	-----------------------------------

1	7	Обратные операторы. Теорема Неймана.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
2	9	Компактные самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
3	11	Обобщенные функции	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
4	13	Топологические пространства.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
5	14	Компактность в топологических пространствах	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

4.5. Перечень тем семинарских занятий

При изучении данной дисциплины семинарские занятия не предусмотрены.

4.6. Содержание самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 4

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Измеримые функции. Интеграл Лебега.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	2	Интеграл Стильтеса.	Творческое задание	Темы творческих заданий
3	4	Изоморфизм бесконечномерных гильбертовых пространств.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
4	6	Общий вид функционалов в различных пространствах.	Творческое задание	Темы творческих заданий
5	7	Теорема Банаха об обратном операторе.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
6	9	Теорема Гильберта–Шмидта.	Творческое задание	Темы творческих заданий
7	10	Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины

8	11	Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.	Творческое задание	Темы творческих заданий
9	12	Теоремы вложения.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
10	13	Открытые и замкнутые множества в топологических пространствах.	Творческое задание	Темы творческих заданий
11	14	Операторы в топологических пространствах. Непрерывность.	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий
12	15	Решение нелинейных операторных уравнений.	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий

5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Функциональный анализ» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически;
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела;
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции;
4. К выполнению практических заданий приступать после самостоятельной работы по изучению теоретических вопросов.

6. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Для успешного освоения дисциплины применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной профессиональной образовательной программы.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой аспиранты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Проведение практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором аспиранты взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность аспирантов в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности аспирантов на достижение целей занятия.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине «Функциональный анализ» представлен в виде приложения к рабочей программе дисциплины.

8. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

8.1. Карта обеспеченности дисциплины учебно-методической литературой

<p>Б.В1.02 «Функциональный анализ»</p> <p><i>(индекс и полное название дисциплины)</i></p>	<p>БЛОК 1</p>								
	<p><i>(цикл дисциплины/блок)</i></p>								
	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 0 10px;">базовая часть цикла</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 0 10px;">обязательная</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 30px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">вариативная часть цикла</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">по выбору аспиранта</td> </tr> </table>	x	базовая часть цикла	x	обязательная		вариативная часть цикла		по выбору аспиранта
x	базовая часть цикла	x	обязательная						
	вариативная часть цикла		по выбору аспиранта						
<p>01.06.01/ 01.01.02</p>	<p>Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения</p>								
<p><i>код направления / шифр научной специальности</i></p>	<p><i>(полные наименования направления подготовки / направленности программы)</i></p>								

2017

Семестр(-ы): 4,5

(год утверждения учебного плана)

Количество аспирантов: 2

Факультет прикладной математики и механики

*тел. 8(342)239-13-03; fpmm@pstu.ru
(контактная информация)*

Кафедра вычислительной математики и механики

*тел. 8(342)239-15-64; vmm@pstu.ru
(контактная информация)*

Кафедра высшей математики

*тел. 8(342)239-16-97; vm@pstu.ru
(контактная информация)*

8.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№	Библиографическое описание <i>(автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)</i>	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
1 Основная литература		
1	<p><i>Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : в 2 томах : учебное пособие для вузов / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева .— Москва : Академия, 2012 .— (Высшее профессиональное образование, Естественные науки) (Бакалавриат) .— ISBN 978-5-7695-9138-9. Т. 1 .— 2012 .— 240 с.</i></p>	6
2	<p><i>Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : в 2 томах : учебное пособие для вузов / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева .— Москва : Академия, 2012 .— (Высшее профессиональное образование, Естественные науки) (Бакалавриат) .— ISBN 978-5-7695-9138-9. Т. 2 .— 2013 .— 231 с.</i></p>	6

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
2 Дополнительная литература		
2.1 Учебные и научные издания		
1	Колмогоров, Андрей Николаевич. <i>Элементы теории функций и функционального анализа</i> / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова .— 7-е изд. — Москва : Физматлит, 2006.— 570 с.	60
2	Люстерник, Лазарь Аронович. <i>Краткий курс функционального анализа : учебное пособие</i> / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев .— 2-е изд., стер .— Санкт-Петербург : Лань, 2009 .— 271 с.	27
3	<i>Теория оптимального управления : учебное пособие для вузов / Пермский государственный университет .— Пермь : Изд-во ПГУ, 2009-2010. Ч. 1: Элементы функционального анализа. Элементы теории меры и интеграла Лебега. Гильбертовы пространства / П. М. Симонов .— 2009 .— 154 с.</i>	5
2.2 Периодические издания		
1	<i>Известия вузов. Математика</i> http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&option_lang=rus	Общероссийский математический портал
2	<i>Дифференциальные уравнения</i> http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&option_lang=rus	Общероссийский математический портал

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

8.3.1. Лицензионные ресурсы¹

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. – Пермь, 2016. – Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

2. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии кн., журн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам] / Электрон.-библ. система «Изд-ва «Лань». – Санкт-Петербург, 2010-2016. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

3. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

¹ собственные или предоставляемые ПНИПУ по договору

4. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.
5. Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных : электрон. журн. по гуманит., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge : Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: <http://journals.cambridge.org>. – Загл. с экрана. 11.
6. ScienceDirect [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. науч. журн. и кн. по обществ., естеств. и техн. наукам на англ. яз.] / Elsevier B. V. – Amsterdam, 2016. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.
7. Springer [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. журн., кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам, протоколы исследований на англ. и нем. яз.] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Cham, 2016. – Режим доступа: <http://link.springer.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.
8. zbMATH [Электронный ресурс] : [реф.-библиограф. и аналит. база данных по математике на англ. яз.] / FIZ Karlsruhe GmbH. – Berlin, 2016. – Режим доступа: <https://zbmath.org>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8.3.2. Открытые интернет-ресурсы

1. Пермский семинар по функционально-дифференциальным уравнениям - <http://fde-perm.livejournal.com/>
2. Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>
3. Московский центр непрерывного математического образования – <http://www.mccme.ru/>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

9.1. Специальные помещения и помещения для самостоятельной работы

Специальные помещения не требуются.

9.2. Основное учебное оборудование

Специальное оборудование не требуется.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет» (ПНИПУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротаев
« 06 » 2017г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине
«Функциональный анализ»**

Направление подготовки	01.06.01 Математика и механика
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Функционально-дифференциальные уравнения
Научная специальность	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Выпускающие кафедры	Вычислительная математика и механика (ВММ) Высшая математика (ВМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2, 3	Семестры: 4, 5
Трудоёмкость:	
Кредитов по рабочему учебному плану:	4 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	144 ч
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен: -	Зачёт: 4, 5

Пермь 2017 г.

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Функциональный анализ» разработан на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

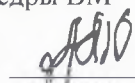
ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВММ
Протокол от «1» июня 2017г. № 11
Зав. кафедрой ВММ



(подпись)

Н.А. Труфанов


ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВМ
Протокол от «26» мая 2017г. № 11
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Руководитель
программы, к.ф.-м.н., доцент



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник управления
подготовки кадров
высшей квалификации



(подпись)

Л.А. Свисткова

1. Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения

1.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Согласно основной профессиональной образовательной программе аспирантуры учебная дисциплина Б1.В1.02 «Функциональный анализ» участвует в формировании следующих дисциплинарных частей компетенций:

- способностью выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру (ПК-2);
- способностью классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования (ПК-3);
- готовность использовать современный математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4).

1.2 Этапы формирования компетенций

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров. В 4 семестре предусмотрены аудиторские лекционные занятия, в 5 семестре - практические занятия, а также самостоятельная работа аспирантов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в дисциплинарных картах компетенций в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения и являются показателями достижения заданного уровня освоения компетенций (табл. 1).

Таблица 1

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине
(показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Вид контроля			
	4 семестр		5 семестр	
	Текущий	Зачёт	Текущий	Зачёт
Усвоенные знания				
3.1 знать основные принципы формализации динамических процессов	С	ТВ		
3.2 знать постановки основных задач теории динамических систем, моделируемых посредством операторных уравнений			С	ТВ
3.3 знать основные идеи и результаты функционального анализа как аппарат исследования функционально-дифференциальных уравнений	С	ТВ		
Освоенные умения				
У.1 уметь выделять формальную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как абстрактную математическую структуру	ОТЗ	ПЗ		
У.2 уметь правильно классифицировать задачи для операторных уравнений по свойствам и методам исследования			ОТЗ	ПЗ
У.3 уметь разрабатывать возможности применения теории операторных уравнений для исследования динамических систем			ОТЗ	ПЗ
Приобретенные владения				
В.1 владеть методами математического моделирования динамических систем	ОТЗ	ПЗ		
В.2 владеть основными аналитическими методами решения и исследования операторных уравнений в абстрактных пространствах			ОТЗ	ПЗ

В.3 владеть техникой перехода от абстрактных функционально-аналитических структур к конкретным математическим моделям			ОТЗ	ПЗ
---	--	--	-----	----

С – собеседование по теме; ТВ – теоретический вопрос; ТЗ – творческое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности; ОТЗ – отчет по творческому заданию; ПЗ – практическое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности.

Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с аспирантом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Творческое задание - частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных частей компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде зачета (4 семестр) и кандидатского экзамена (5 семестр), проводимые с учетом результатов текущего контроля.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

В процессе формирования заявленных компетенций используются различные формы оценочных средств текущего и промежуточного контроля.

Компоненты дисциплинарных компетенций, указанные в дисциплинарных картах компетенций в рабочей программе дисциплины, выступают в качестве контролируемых результатов обучения в рамках освоения учебного материала дисциплины: знать, уметь, владеть.

2.1 Текущий контроль

Текущий контроль для комплексного оценивания показателей знаний, умений и владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1) проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

• Собеседование

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии и показатели оценивания собеседования отображены в шкале, приведенной в табл. 2.

Таблица 2

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
Зачтено	Аспирант достаточно свободно использует фактический материал по заданному вопросу, умеет определять причинно-следственные связи событий, логично и грамотно, с использованием профессиональной терминологии обосновывает свою точку зрения.
Незачтено	Аспирант демонстрирует полное незнание материала или наличие бессистемных, отрывочных знаний, связанных с поставленным перед ним вопросом, при этом не ориентируется в профессиональной терминологии.

• Защита отчета о творческом задании

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии оценивания защиты отчета творческого задания отображены в шкале, приведенной в табл. 3.

Таблица 3

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
<i>Зачтено</i>	Аспирант выполнил творческое задание успешно, показав в целом систематическое или сопровождающееся отдельными ошибками применение полученных знаний и умений , аспирант ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи. Аспирант может объяснить полностью или частично полученные результаты.
<i>Незачтено</i>	Аспирант допустил много ошибок или не выполнил творческое задание.

2.2 Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачетов (4 и 5 семестры) в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки умений и владений заявленных дисциплинарных частей компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Пример билета представлен в приложении 1.

- **Шкалы оценивания результатов обучения при зачете**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных дисциплинарных компетенций проводится по шкале оценивания «зачтено», «незачтено» путем выборочного контроля во время зачета.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4

Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Оценка	Критерий оценивания
<i>Зачтено</i>	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно. Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение навыков полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.

Оценка	Критерии оценивания
<i>Незачтено</i>	<p>При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные знания. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</p> <p>При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично освоенное умение и применение полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.</p>

При оценке уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций в рамках выборочного контроля при сдаче зачета считается, что полученная оценка проверяемой в билете дисциплинарной части компетенции обобщается на все дисциплинарные части компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных частей компетенций проводится с учетом результатов текущего контроля в виде интегральной оценки по системе оценивания «зачтено» и «незачтено».

Таблица 6

Оценочный лист уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций на зачете

Итоговая оценка уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций	Критерии оценивания компетенции
<i>Зачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «зачтено»
<i>Незачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «незачтено»

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания для оценивания когнитивных умений (знаний) должны предусматривать необходимость проведения аспирантом интеллектуальных действий:

- по дифференциации информации на взаимозависимые части, выявлению взаимосвязей между ними и т.п.;
- по интерпретации и творческому усвоению информации из разных источников, ее системного структурирования;
- по комплексному использованию интеллектуальных инструментов учебной дисциплины для решения учебных и практических проблем.

При составлении заданий необходимо иметь в виду, что они должны носить практико-ориентированный комплексный характер и формировать закрепление осваиваемых компетенций.

4. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

4.1 Типовые творческие задания:

1. Провести сравнение определения непрерывного отображения в топологических; метрических; конечномерных пространствах.
2. Проследить эволюцию теоремы о вложенных шарах в: а) метрических; б) нормированных; в) гильбертовых пространствах.
3. Дать описание общего вида линейных непрерывных функционалов в пространствах $L_p[a, b]$ и l_p , где $1 < p < \infty$.
4. Найти критерии компактности множества в пространствах суммируемых последовательностей.
5. Провести сравнение равномерной и поточечной сходимости в пространствах линейных ограниченных операторов с учетом полноты/неполноты пространств, в которых действуют операторы.

4.2 Типовые контрольные вопросы для оценивания знаний на зачете по дисциплине:

1. Теорема о вложенных шарах в метрических пространствах.
2. Теорема Банаха–Штейнхауса.
3. Теорема Банаха–Хана.
4. Теорема Банаха об обратном операторе.
5. Спектр и резольвента линейных ограниченных операторов. Теорема о непустоте спектра.

4.3 Типовые контрольные задания для оценивания приобретенных умений и владений на зачете по дисциплине:

1. Применяя любую теорему о неподвижной точке, найти условие разрешимости (в частности, однозначной) уравнения $x(t) = \int_a^b K(t, s)x^n(s)ds + f(t)$ в пространстве непрерывных на $[a, b]$ функций.

Показатель $n \in \mathbb{N}$.

2. В пространстве $L_2[0, 1]$ найти проекцию элемента $x(t) = t^3$ на подпространство многочленов степени не выше двух.
3. В пространстве непрерывных на $[0, \infty)$ функций со скалярным произведением $(x, y) = \int_0^{\infty} x(t)y(t)e^{-t} dt$ ортогонализацию системы $1, t, t^2, \dots$.

Доказать, что в результате получатся ортогональные многочлены Чебышева–Лагерра.

4. Применяя принцип сжимающих отображений, доказать, что при $0 \leq a \leq 1$ итерации $x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2}(x_n^2 - a)$, $x_0 = 0$ сходятся к \sqrt{a} . Дать оценку скорости сходимости.

Полный комплект вопросов и заданий для сдачи зачета в форме утвержденных

билетов хранится на кафедре «Вычислительная математика и механика».



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Пермский национальный
исследовательский политехнический
университет» (ПНИПУ)

Направление
01.06.01 Математика и механика
Программа
Функционально-дифференциальные
уравнения
Кафедра
Вычислительная математика и механика

Дисциплина
«Функциональный анализ»

БИЛЕТ № 1

1. Теорема Банаха об обратном операторе (*контроль знаний*).
2. Доказать, что в пространстве линейных ограниченных операторов множество компактных операторов замкнуто (*контроль умений*).
3. Применяя любую теорему о неподвижной точке, найти условие разрешимости (в частности, однозначной) уравнения $x(t) = \int_a^b K(t,s)x^n(s)ds + f(t)$ в пространстве непрерывных на $[a,b]$ функций. Показатель $n \in \mathbb{N}$ (*контроль владений*).

Составитель _____
(подпись)

Малыгина В.В.

Заведующий кафедрой ВММ _____
(подпись)

Труфанов Н.А.

« ____ » _____ 201 ____ г.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		